

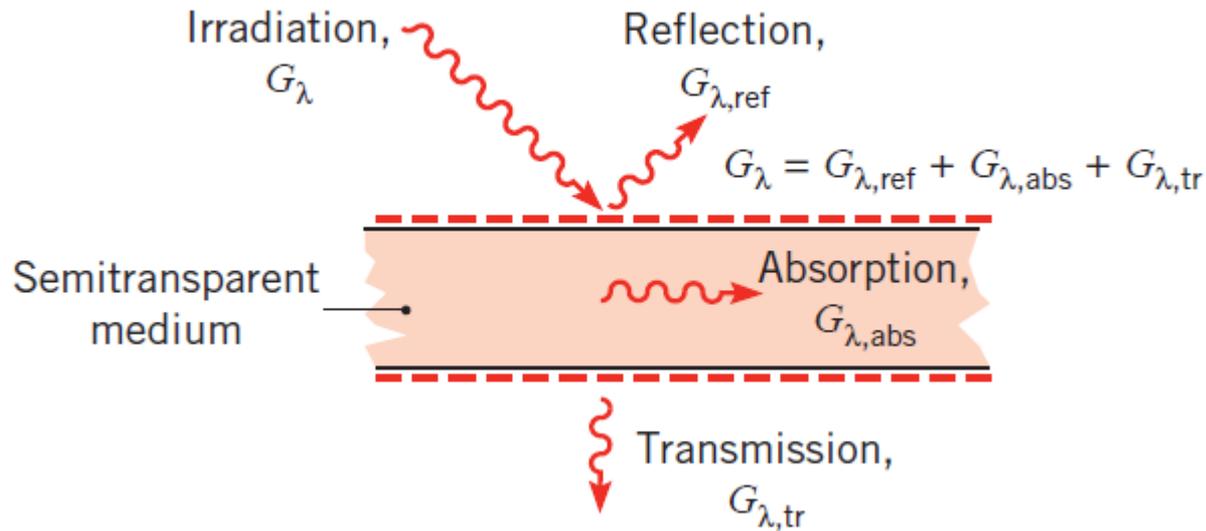
# RADIAÇÃO E ENERGIA SOLAR

---

Miguel Centeno Brito

# Absorção por superfícies reais

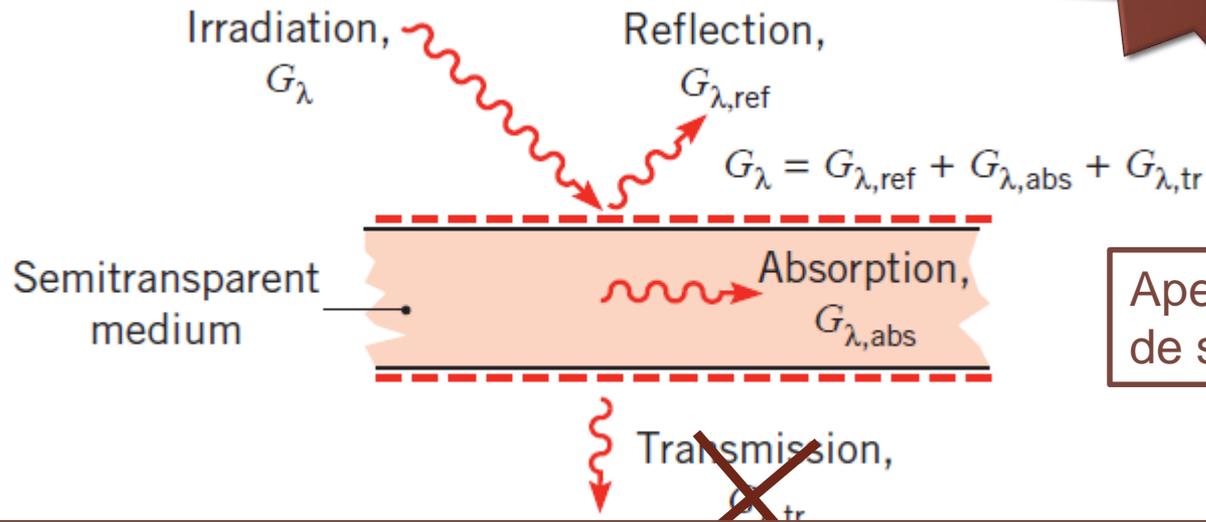
$$G_{\lambda} = G_{\lambda,\text{ref}} + G_{\lambda,\text{abs}} + G_{\lambda,\text{tr}}$$



# Absorção por superfícies reais

$$G_\lambda = G_{\lambda,\text{ref}} + G_{\lambda,\text{abs}} + G_{\lambda,\text{tr}}$$

Para  
materiais  
opacos



Apenas efeitos  
de superfície

Percepção de **cor** normalmente associada à **reflexão** e não emissão térmica (excepto para materiais incandescentes).

A cor não é pois uma boa medida da capacidade de absorção ou reflexão de um material (e.g. neve, que é *negra* no infravermelho),

# Absorção por superfícies reais

**Absortividade:** determina a fracção da irradiação absorvida pela superfície

Também pode depender do comprimento de onda e da direcção. De um modo geral, podemos assumir que não depende significativamente da temperatura da superfície.

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)}$$

# Absorção por superfícies reais

**Absortividade:** determina a fracção da irradiação absorvida pela superfície

Também pode depender do comprimento de onda e da direcção. De um modo geral, podemos assumir que não depende significativamente da temperatura da superfície.

Absortividade  
espectral hemisférica

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda, \text{abs}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta, \phi) I_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi}$$

Caso particular:  
radiação incidente difusa e  
absortividade independente do  
azimute

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = 2 \int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta) \cos \theta \sin \theta \, d\theta$$

# Absorção por superfícies reais

**Absortividade:** determina a fracção da irradiação absorvida pela superfície

Também pode depender do comprimento de onda e da direcção. De um modo geral, podemos assumir que não depende significativamente da temperatura da superfície.

Absortividade total hemisférica

$$\alpha \equiv \frac{G_{\text{abs}}}{G}$$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

Representa a fracção de irradiação total absorvida pela superfície.

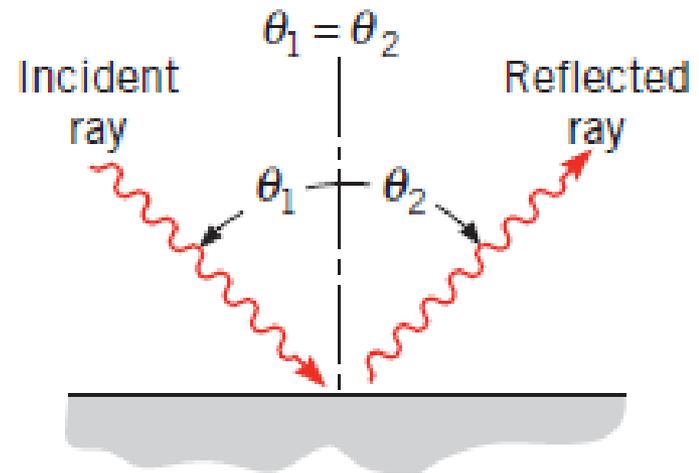
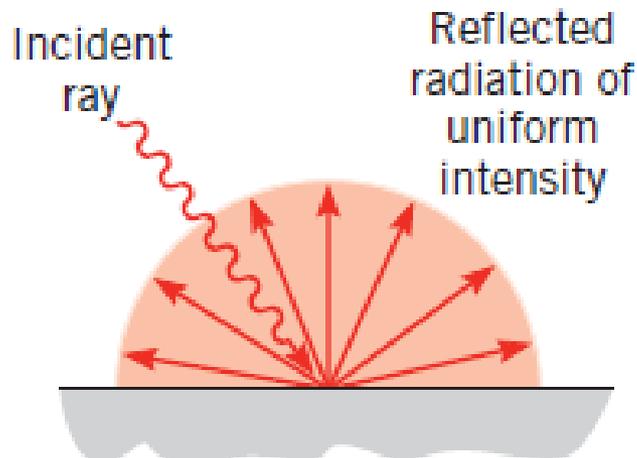
Notar que depende da distribuição espectral da radiação incidente.

$$\alpha_s \approx \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(\lambda) E_{\lambda,b}(\lambda, 5800 \text{ K}) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b}(\lambda, 5800 \text{ K}) d\lambda}$$

Absortividade total para a radiação solar

# Reflexão por superfícies reais

**Reflectividade:** determina a fracção da irradiação reflectida pela superfície



A reflexão pode ser difusa ou especular.

# Reflexão por superfícies reais

**Reflectividade:** determina a fracção da irradiação reflectida pela superfície

Reflectividade espectral direccionada

$$\rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,\text{ref}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)}$$

Reflectividade espectral hemisférica

$$\rho_{\lambda}(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi}$$

# Reflexão por superfícies reais

**Reflectividade:** determina a fracção da irradiação reflectida pela superfície

Reflectividade total hemisférica

$$\rho \equiv \frac{G_{\text{ref}}}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

# Transmissão de radiação

**Transmissividade:** determina a fracção da irradiação transmitida pelo meio

Transmissividade espectral hemisférica

$$\tau_{\lambda} = \frac{G_{\lambda, \text{tr}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

$$\tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G} = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda, \text{tr}}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

# Equações de balanço

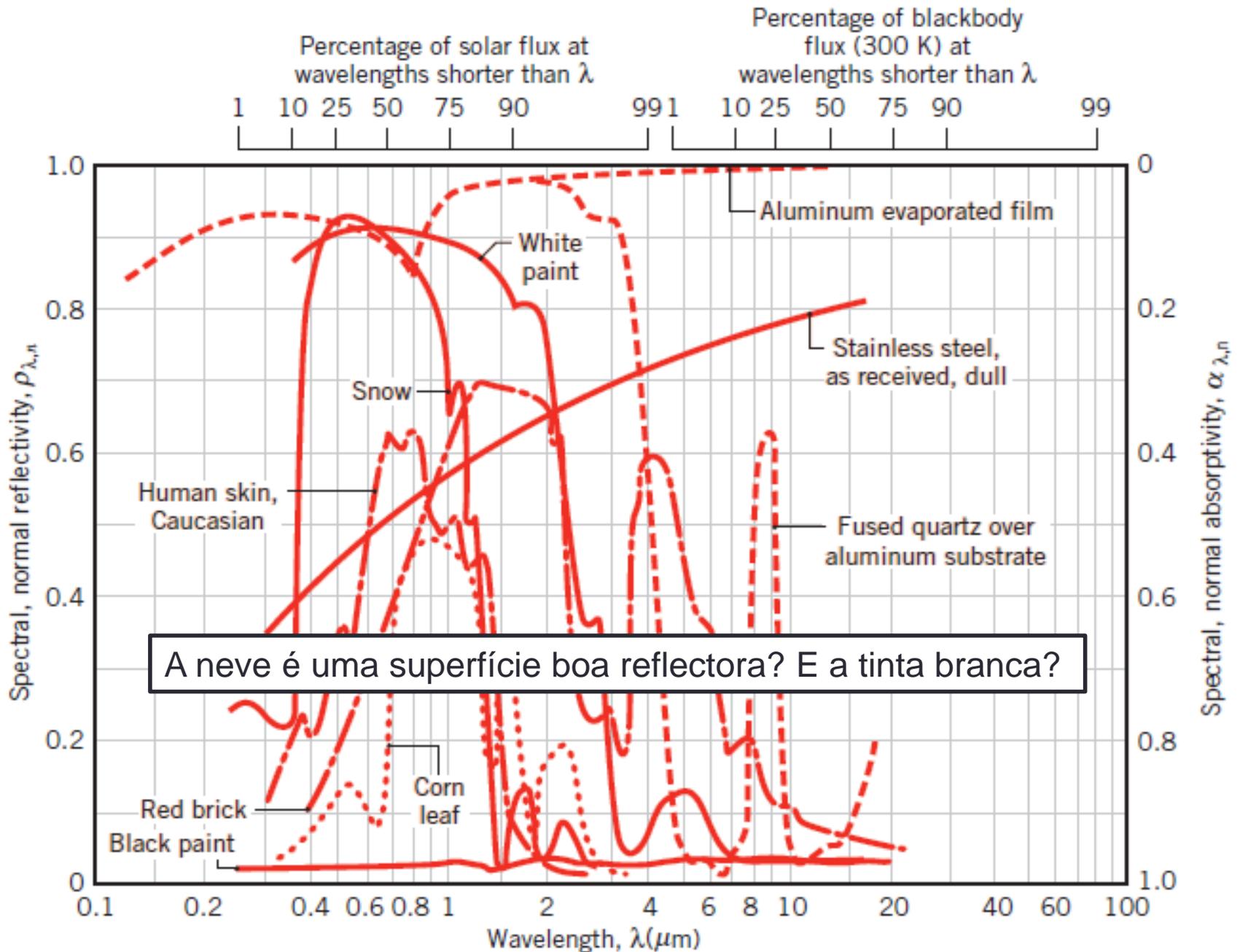
$$G_\lambda = G_{\lambda,\text{ref}} + G_{\lambda,\text{abs}} + G_{\lambda,\text{tr}}$$

Para um meio semitransparente

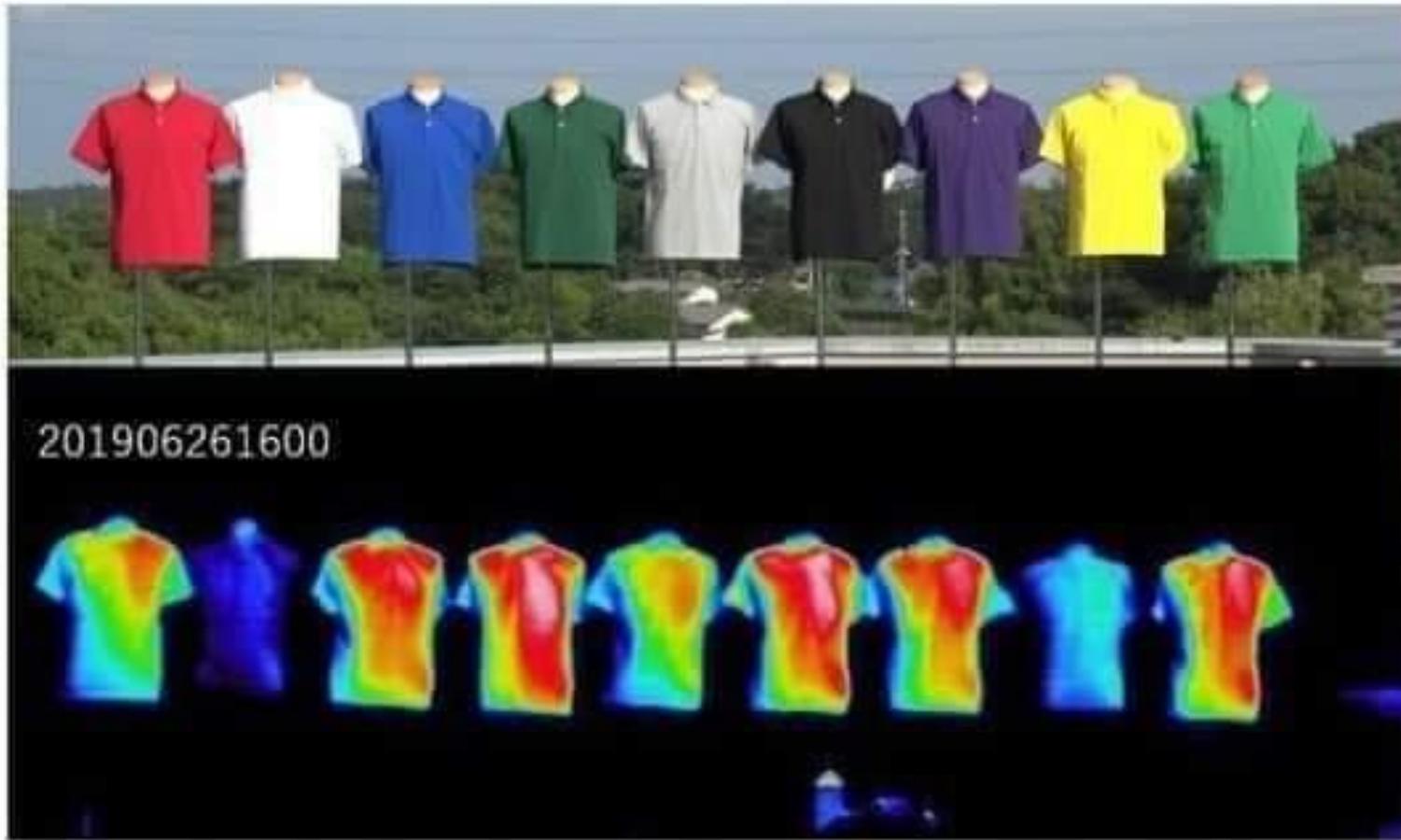
$$\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

Para um meio opaco

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$$



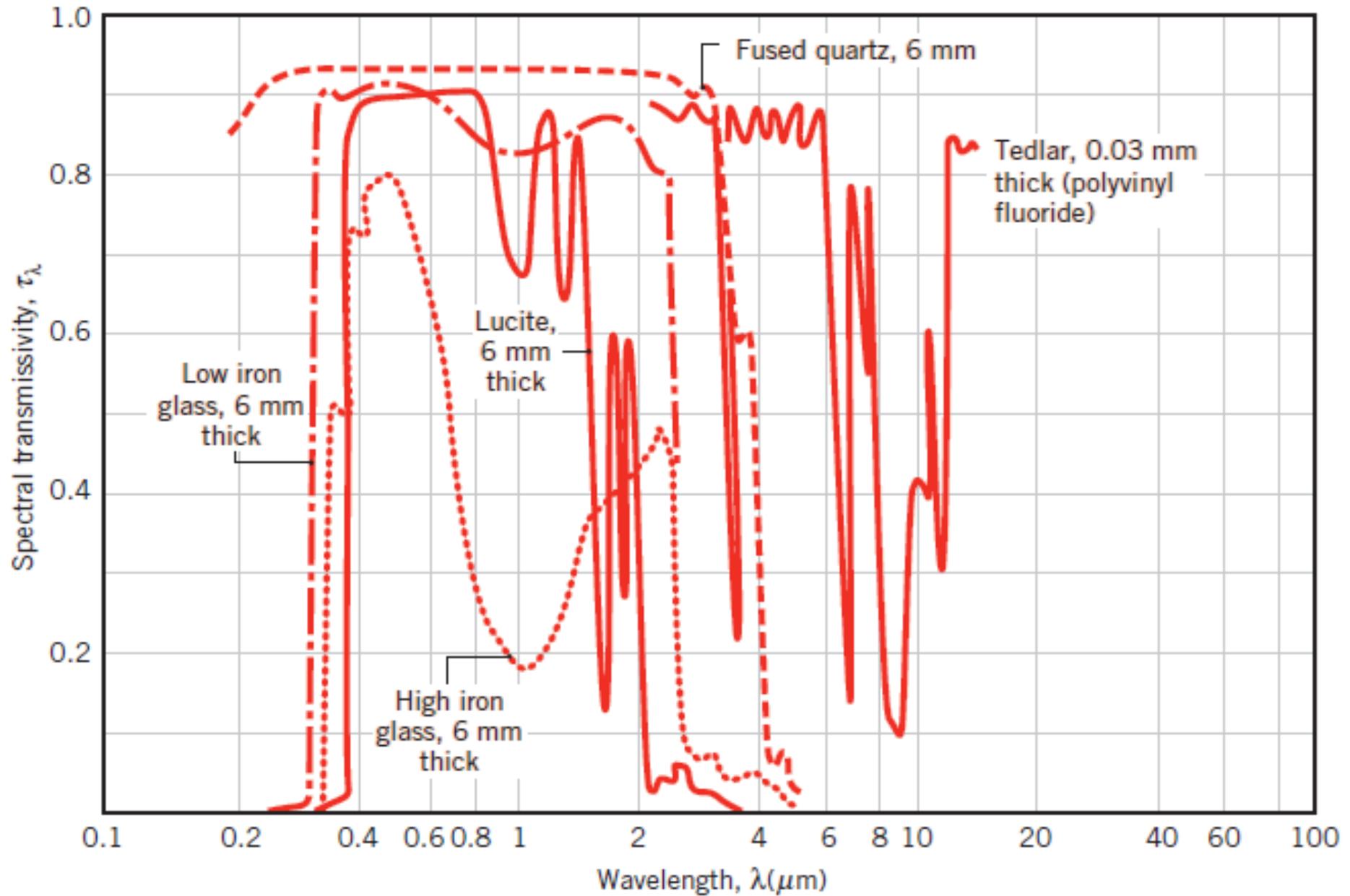
A neve é uma superfície boa reflectora? E a tinta branca?

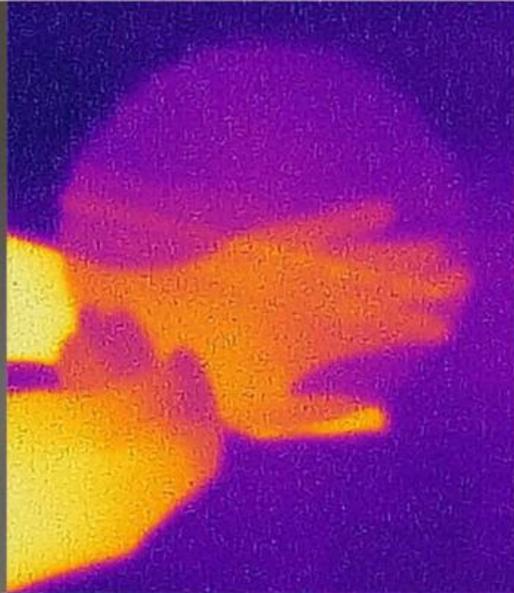
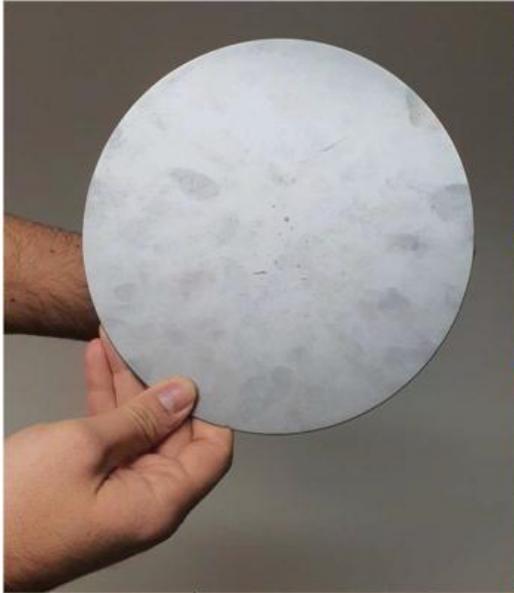


46°C

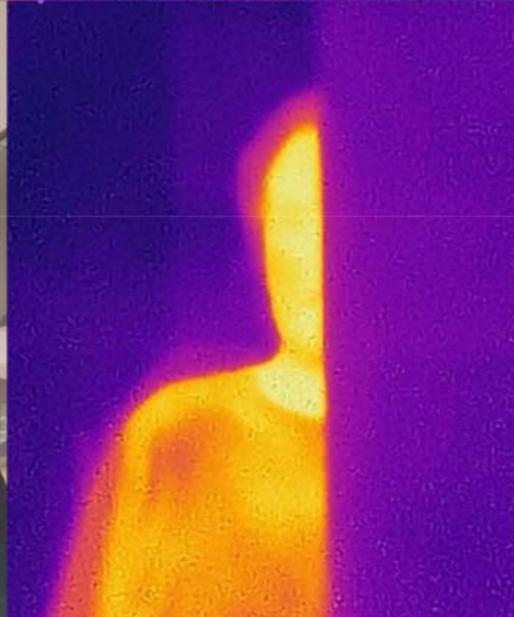


31°C



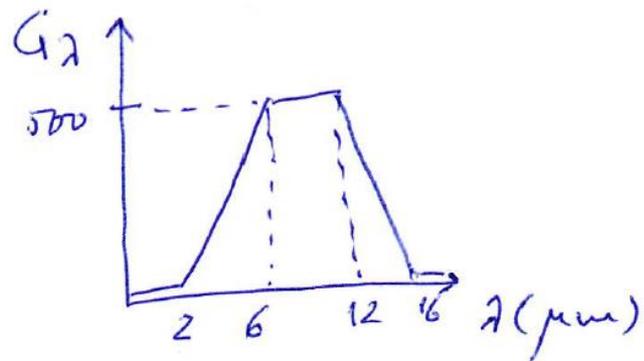
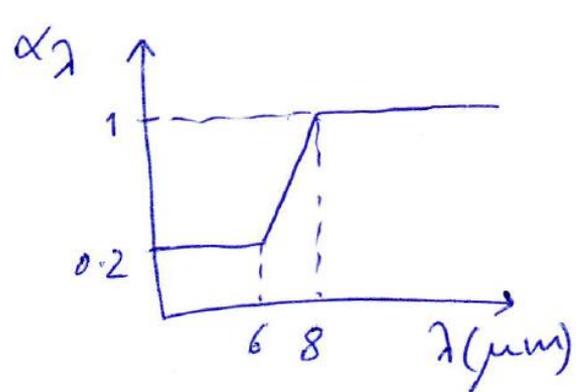


Silício



Vidro

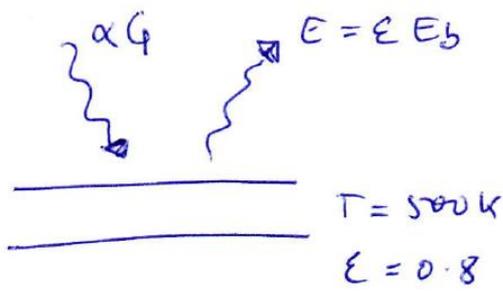
A absorvidade espectral hemisférica de uma superfície opaca e a irradiação espectral nessa superfície são dadas pelas figuras seguintes.



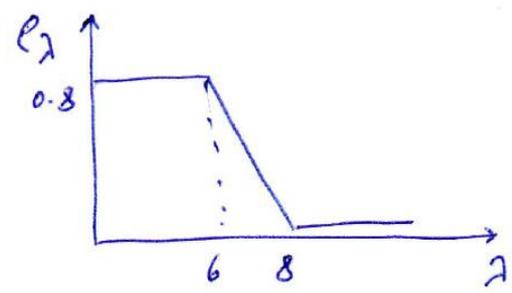
Como é que a refletividade espectral hemisférica varia com o comprimento de onda?

Qual é a absorvidade total hemisférica?

Se a superfície está a 500K e tem uma emissividade total hemisférica de 0.8 como varia a sua temperatura com a irradiação?



$$1) \rho_\lambda = 1 - \alpha_\lambda$$



$$2) \alpha = \frac{G_{\text{abs}}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda} = \frac{0.2 \int_2^6 G_\lambda d\lambda + 500 \int_6^8 \alpha_\lambda d\lambda + 1 \int_8^{16} G_\lambda d\lambda}{\int_2^6 G_\lambda d\lambda + \int_6^{12} G_\lambda d\lambda + \int_{12}^{16} G_\lambda d\lambda}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \left( 0.2 \times \frac{1}{2} \times 500 \times (6-2) + \right. \\
 &+ 500 \times \left( 0.2 (8-6) + (1-0.2) \frac{1}{2} (8-6) \right) + \\
 &+ 1 \times 500 (12-8) + 1 \times \frac{1}{2} \times 500 \times (16-12) \Big) \div \\
 &\div \left( \frac{1}{2} \times 500 \times (6-2) + 500 \times (12-6) + \frac{1}{2} \times 500 (16-12) \right)
 \end{aligned}$$

$\alpha = 0.76$

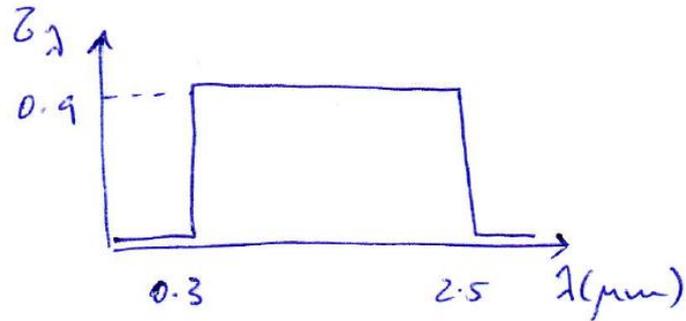
$5000 \text{ W/m}^2$

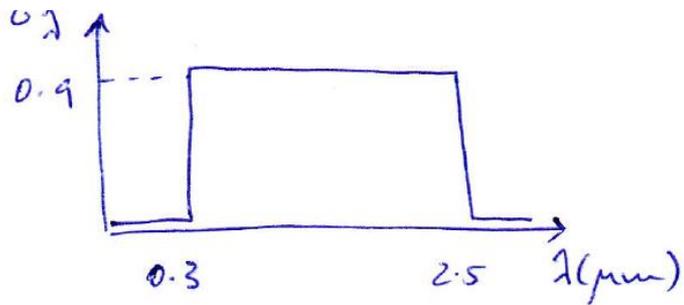
$$\begin{aligned} 3) \quad \dot{q}'' &= \alpha G - E = \alpha G - \epsilon \sigma T^4 \\ &= 0.76 \times 5000 - 0.8 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 500^4 \\ &= 3800 - 2835 = 965 \text{ W/m}^2 > 0 \end{aligned}$$

logo vai aumentar a temperatura.

nota: estamos a desprezar o efeito de perdas por convecção!

Um vidro de um coletor solar, com baixa concentração de ferro, apresenta a seguinte transmissividade espectral. Qual é a transmissividade total do vidro para a radiação solar?





$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} z_{\lambda} q_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} q_{\lambda} d\lambda} \approx \frac{\int_0^{\infty} z_{\lambda} E_{\lambda b}(5800\text{K}) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda b}(5800\text{K}) d\lambda} = 0.9 \frac{\int_{0.3}^{2.5} E_{\lambda b}(5800\text{K}) d\lambda}{E_b(5800\text{K})}$$

Da tabela

$$\lambda_1 T = 0.3 \times 5800 = 1740 \text{ } \mu\text{m K} \longrightarrow F_{0 \rightarrow 0.3} = 0.0335$$

$$\lambda_2 T = 2.5 \times 5800 = 14500 \text{ } \mu\text{m K} \longrightarrow F_{0 \rightarrow 2.5} = 0.9664$$

Logo

$$\tau = 0.9 (F_{0 \rightarrow 2.5} - F_{0 \rightarrow 0.3}) = 0.9 (0.9664 - 0.0335) = \underline{\underline{0.84}}$$

# Lei de Kirchoff

$$G = E_b(T_s)$$

Equilíbrio térmico

$$T_1 = T_2 = \dots = T_s$$

Conservação de energia

$$\alpha_1 G A_1 - E_1(T_s) A_1 = 0$$

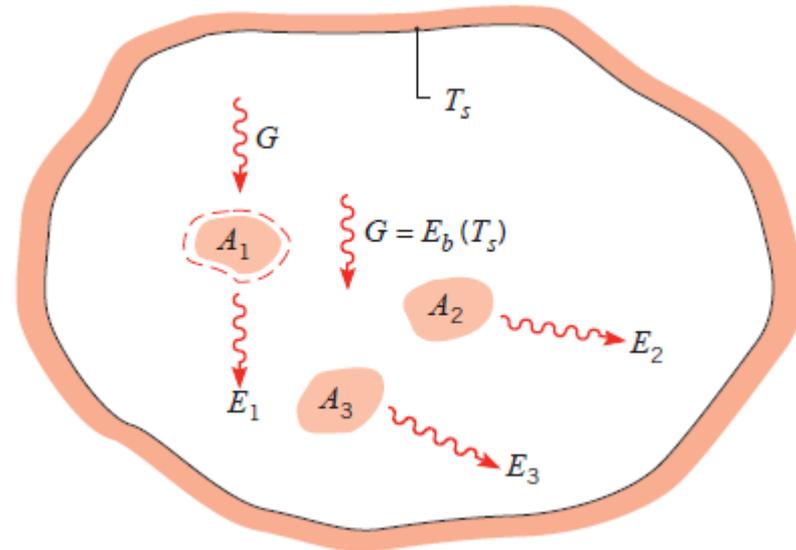
que se pode escrever

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = E_b(T_s)$$

Sendo isto verdade para todas as superfícies

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \dots = E_b(T_s)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = \dots = 1 \quad \varepsilon = \alpha$$



# Lei de Kirchoff

$$G = E_b(T_s)$$

Equilíbrio térmico

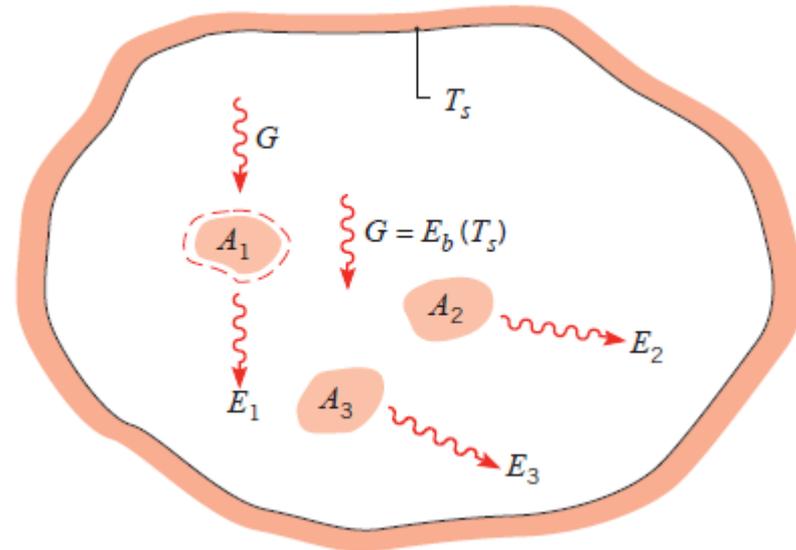
$$T_1 = T_2 = \dots = T_s$$

Conservação de energia

$$\alpha_1 G A_1 - E_1(T_s) A_1 = 0$$

que se pode escrever

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = E_b(T_s)$$



Como  $\alpha < 1$  então  $E < E_b$  – confirma que nada emite tanto como um corpo negro!

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2}$$

Estamos a assumir que a Irradiação na superfície é a do corpo negro à mesma temperatura

$$\varepsilon = \alpha$$

# Lei de Kirchoff

$$G = E_b(T_s)$$

Equilíbrio térmico

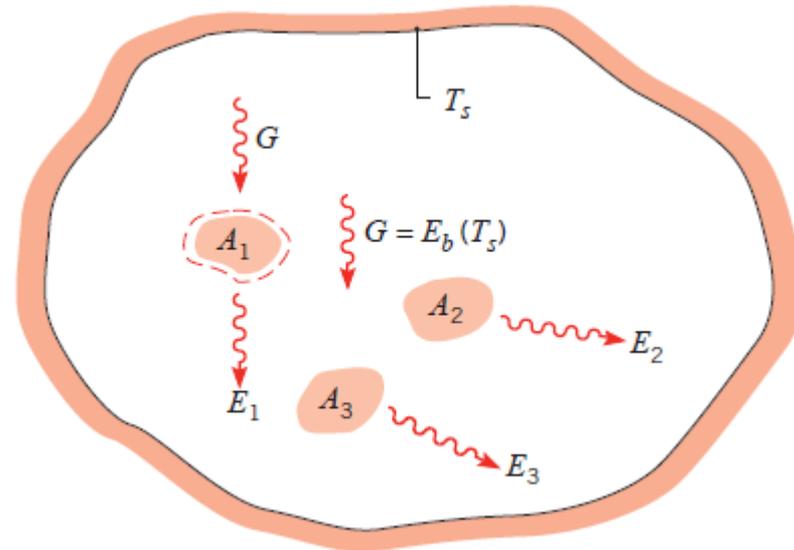
$$T_1 = T_2 = \dots = T_s$$

Conservação de energia

$$\alpha_1 G A_1 - E_1(T_s) A_1 = 0$$

que se pode escrever

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = E_b(T_s)$$



Como  $\alpha < 1$  então  $E < E_b$  – confirma que nada emite tanto como um corpo negro!

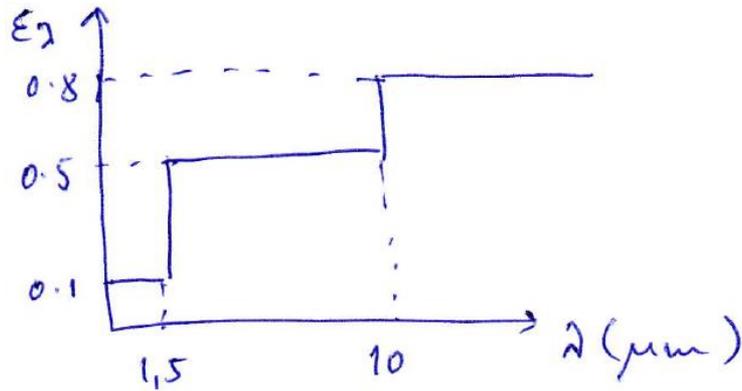
$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2}$$

Estamos a assumir que a Irradiação na superfície é a do corpo negro à mesma temperatura

$$\varepsilon = \alpha$$

Exemplo

Uma parede de tijolo refractário a 500K tem a emissividade espectral da figura quando exposta à radiação de câmara incandescente a 2000K.



Determinar emissividade hemisférica total e a potência emitida pela parede.

Qual a absorvidade total da parede para a radiação recebida do câmara?

1) A emissividade hemisférica total é

$$\epsilon(T_s) = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda}(\lambda) E_{\lambda b}(\lambda, T_s) d\lambda}{E_b(T_s)} \quad \text{em que } T_s = 500 \text{ K}$$

$$= \epsilon_{\lambda_1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda b} d\lambda}{E_b} + \epsilon_{\lambda_2} \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda b} d\lambda}{E_b} + \epsilon_{\lambda_3} \frac{\int_{\lambda_2}^{\infty} E_{\lambda b} d\lambda}{E_b}$$

$$\epsilon(T_s) = \epsilon_{\lambda_1} f_{0 \rightarrow \lambda_1} + \epsilon_{\lambda_2} (f_{0 \rightarrow \lambda_2} - f_{0 \rightarrow \lambda_1}) + \epsilon_{\lambda_3} (1 - f_{0 \rightarrow \lambda_2})$$

Dez tabela

$$\lambda_1 T_s = 1,5 \times 500 = 750 \rightarrow f_{0 \rightarrow \lambda_1} = 0$$

$$\lambda_2 T_s = 10 \times 500 = 5000 \rightarrow f_{0 \rightarrow \lambda_2} = 0,634$$

$$\epsilon(T_s) = 0,1 \times 0 + 0,5 \times 0,634 + 0,8 \times (1 - 0,634) = \underline{\underline{0,610}}$$

$$2) \quad E(T_s) = \epsilon(T_s) E_b(T_s) = \epsilon(T_s) \sigma T^4$$

$$E = 0.61 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 500^4 = \underline{\underline{2162 \text{ W/m}^2}}$$

$$3) \quad \alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda} \quad T_c = 2000 \text{ K!}$$

Assumindo uma superfície difusa:  $\alpha_{\lambda}(\lambda) = \epsilon_{\lambda}(\lambda)$

$$G_{\lambda}(\lambda) \approx E_{\lambda b}(T_c) \quad \text{logo}$$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} E_{\lambda b} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda b} d\lambda} = \epsilon_{\lambda_1} f_{0 \rightarrow \lambda_1} + \epsilon_{\lambda_2} (f_{0 \rightarrow \lambda_2} - f_{0 \rightarrow \lambda_1}) + \epsilon_{\lambda_3} (1 - f_{0 \rightarrow \lambda_2})$$

De tabela

$$\lambda_1 T_c = 1,5 \times 2000 = 3000 \rightarrow f_{0 \rightarrow \lambda_1} = 0,2733$$

$$\lambda_2 T_c = 10 \times 2000 = 20000 \rightarrow f_{0 \rightarrow \lambda_2} = 0,986$$

logo

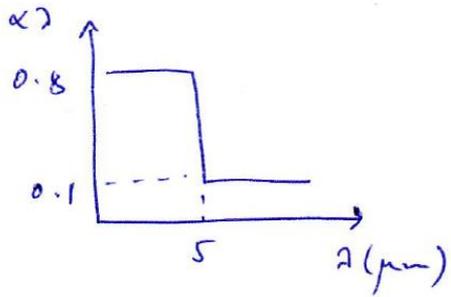
$$\alpha = 0,1 \times 0,2733 + 0,5 (0,986 - 0,2733) + 0,8 (1 - 0,986) = \underline{\underline{0,395}}$$

Uma pequena esfera metálica tem um revestimento difuso com  $\alpha_\lambda = 0.8$  para  $\lambda \leq 5 \mu\text{m}$   
 $0.1$  para  $\lambda > 5 \mu\text{m}$

A esfera está inicialmente à temperatura ambiente ( $300\text{K}$ ) e é introduzida num forno cujas paredes se encontram a  $1200\text{K}$ .

Determinar a absorvidade hemisférica total e a emissividade hemisférica total do revestimento, nas duas condições.

Resposta



$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

$$T_f = 1200 \text{ K}$$

usando  $G_{\lambda} = E_{\lambda b}(T_f)$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_{\lambda b}(1200) d\lambda}{E_b(1200)} = \alpha_{\lambda_1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda b} d\lambda}{E_b} + \alpha_{\lambda_2} \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} E_{\lambda b} d\lambda}{E_b}$$

$$= \alpha_{\lambda_1} f_{0 \rightarrow \lambda_1} + \alpha_{\lambda_2} (1 - f_{0 \rightarrow \lambda_1})$$

Dar tabela

$$\lambda_1 T_f = 5 \times 1200 = 6000 \rightarrow f_{0 \rightarrow \lambda_1} = 0.738$$

Logo

$$\alpha = 0.8 \times 0.738 + 0.1 (1 - 0.738) = 0.62$$

# Superfície cinzenta

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta} I_{\lambda,i} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i} \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi} = \alpha_\lambda$$

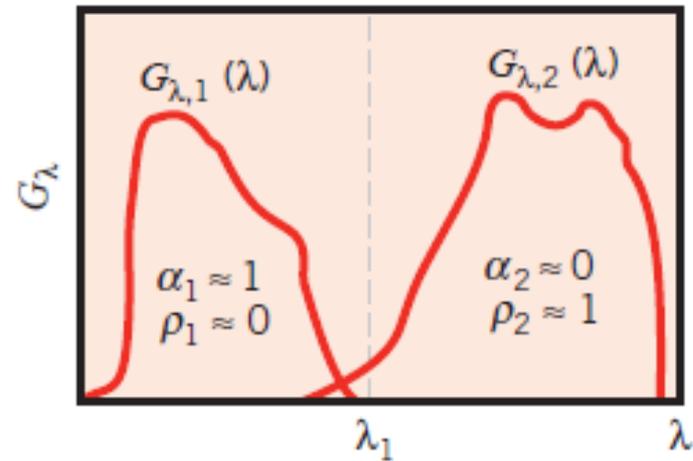
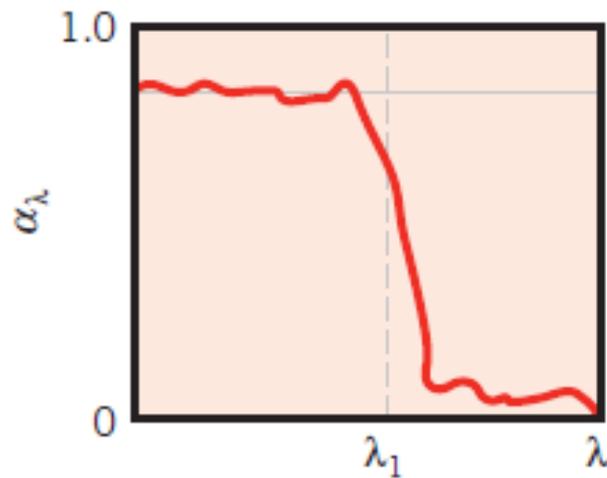
Como  $\varepsilon_{\lambda\theta} = \alpha_{\lambda\theta}$  a equação acima é verdade se se verificar pelo menos uma das seguintes condições:

- A **irradiação** é **difusa** ( $I_{\lambda,i}$  é independente de  $\theta$  e  $\phi$ )
- A **superfície** é **difusa** ( $\varepsilon_{\lambda\theta}$  e  $\alpha_{\lambda\theta}$  são independentes de  $\theta$  e  $\phi$ )

Ambas as condições são comuns em problemas de engenharia, pelo menos em primeira aproximação.

# Superfície cinzenta

A absorvidade depende da distribuição espectral da radiação incidente, pelo que não é de esperar que  $\alpha = \varepsilon$  em todas as condições!!



# Superfície cinzenta

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{\lambda,b}(\lambda, T) d\lambda}{E_b(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{G} = \alpha$$

Como  $\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$  a equação acima é verdade se se verificar pele menos uma das seguintes condições:

- ❑ A **irradiação** é a do corpo negro com uma temperatura igual **à temperatura da superfície** ( $G_{\lambda}(\lambda) = E_{\lambda,b}(\lambda, T)$  )
- ❑ A **superfície** é **cinzenta** ( $\varepsilon_{\lambda}$  e  $\alpha_{\lambda}$  são independentes de  $\lambda$ )

# Superfície cinzenta

Na prática, a superfície não precisa de ser cinzenta em todo o espectro mas apenas nas regiões espectrais da irradiação e da emissão da superfície.

